

Mesures de perméabilité de structures poreuses en impression 3D : Vers une convergence entre résultats expérimentaux et numériques

Permeability of 3D printed porous media : towards the convergence of experimental and numerical results

Paul Baral¹, Nicolas Moulin¹, Julien Bruchon¹ et Sylvain Drapier¹

1 : Mines Saint Etienne
CNRS, UMR 5307 LGF,
158 Cours Fauriel 42023, Saint Etienne
e-mail : paul.baral@emse.fr, nicolas.moulin@emse.fr, julien.bruchon@emse.fr et sylvain.drapier@emse.fr

Résumé

La perméabilité saturée des structures gyroïdes est calculée numériquement et mesurée expérimentalement. Les résultats sont comparés afin de fournir de nouvelles informations sur la capacité des modèles numériques à prédire de manière fiable les mesures expérimentales de perméabilité. Cette étude est une preuve de concept qui tire parti de la triple périodicité des structures gyroïdes pour générer un élément de volume représentatif (EVR) pour la simulation et réduire ainsi le temps de calcul. Plusieurs conditions aux limites entre le fluide et le solide peuvent être testées numériquement, de l'absence de glissement au glissement total à l'interface fluide/solide. Les effets de la rugosité, des défauts d'impression et de la taille des pores sont examinés sur la base de la μ -tomographie rayon X de structures imprimées en 3D. Les résultats préliminaires montrent que les simulations et les expériences donnent des perméabilités identiques pour une condition de bords non-glissants.

Abstract

Saturated permeabilities of gyroid structures are computed numerically and measured experimentally. The results are compared to provide new insights into the ability of numerical models to reflect experimental permeability measurements. This study is a proof of concept that takes advantage of the triple periodicity of gyroid structures to generate a representative volume element (RVE) for simulation and therefore reduce computing time. Several boundary conditions between the fluid and the solid can be numerically tested, from no-slip to slip conditions. Based on μ -computed tomography of 3D-printed structures, the effects of roughness, printing defects and size of the pores are discussed. The preliminary results show that both the simulation and the experiments yield permeabilities nearly identical for the no-slip boundary condition.

Mots Clés : perméabilité, structures modèles, périodicité, expérimental, numérique

Keywords : permeability, model structures, periodicity, experimental, numerical

1. Introduction

L'infusion de résine liquide (LRI) est l'un des procédés hors autoclave les plus rentables pour la fabrication de pièces composites, garantissant une fraction volumique élevée de fibres. Pour un contrôle et une optimisation efficaces de ce procédé, une modélisation précise de l'écoulement de la résine basée sur la perméabilité de la préforme est nécessaire. Cependant, malgré la quantité d'études expérimentales [1, 2] et numériques [3] sur la caractérisation de la perméabilité, seules quelques-unes d'entre elles fournissent une comparaison fiable des résultats obtenus sur le même milieu poreux [4]. Pour comprendre les différences de résultats de perméabilité obtenus entre le numérique et l'expérimental, nous proposons de revenir à des milieux poreux contrôlés dont la variabilité est moindre que celle des composites renforcés de fibres. À l'instar de Bodaghi *et al.* [5], qui ont adopté des structures modèles pour calibrer leur configuration de perméabilité, nous souhaitons étendre ce protocole en comparant les résultats expérimentaux et les simulations numériques de l'écoulement des fluides. Cette étude présente une analyse comparative de la perméabilité des structures gyroïdes

obtenue à partir d'impression par dépôt de fil fondu (FDM) couplée à des simulations par éléments finis de l'écoulement des fluides. Les résultats seront discutés en fonction de la qualité de la surface expérimentale (topographie et paramètres de rugosité) ainsi que des conditions limites numériques qui peuvent affecter l'estimation de la perméabilité macroscopique.

2. Méthodes numériques et expérimentales

2.1. Notion de perméabilité

Les équation de conservation locale de la masse et du moment pour un fluide newtonien incompressible (équation de Stokes)

$$\begin{cases} \mu \Delta v - \nabla p = 0 \\ \nabla \cdot v = 0 \end{cases} \quad (\text{Eq. 1})$$

sont résolues pour modéliser l'écoulement du fluide dans une structure poreuse. Les résultats de ce calcul permettent par la suite de calculer la perméabilité du milieu. Ici, v , p et μ sont, respectivement, la vitesse, la pression et viscosité du fluide. L'équation de Stokes Eq. 1 peut être homogénéisée pour décrire l'écoulement du fluide à une échelle macroscopique (échelle de la structure gyroïde); cela correspond à la loi de Darcy :

$$\begin{cases} v_D = -\frac{1}{\mu} K \cdot \nabla p_D \\ \nabla \cdot v_D = 0 \end{cases} \quad (\text{Eq. 2})$$

Où v_D et p_D sont les vitesse et pression homogénéisées et K le tenseur d'ordre 2 de perméabilité. Ce terme de perméabilité découle naturellement du processus d'homogénéisation et intègre les effets de viscosité du fluide et les interactions fluide/solide (dissipation). En pratique, les champs de solution à l'échelle locale Eq. 1 sont intégrés pour calculer la perméabilité à l'aide de l'Eq. 2. La procédure d'homogénéisation est basée sur le concept de l'élément de volume représentatif (EVR) qui est la plus petite géométrie pour laquelle la perméabilité devient indépendante de la taille du domaine. Après avoir intégré la vitesse pour évaluer le débit dans l'élément de volume représentatif, la perméabilité est identifiée par analogie avec la loi de Darcy (Eq. 2). La perméabilité peut alors généralement être exprimée en fonction de la fraction volumique des fibres V_f (ou plus généralement la fraction volumique de solide).

2.2. Structure gyroïde

Les structures gyroïdes sont générées sur Python et exportées en format STL afin d'être utiliser sur deux logiciels différents :

- un logiciel de découpe pour imprimantes 3D (Prusa-Slicer);
- un logiciel de maillages pour simulations éléments finis (GMSH).

La surface de la gyroïde est décrite par une équation trigonométrique :

$$\cos x \sin y + \cos y \sin z + \cos z \sin x = 0 \quad (\text{Eq. 3})$$

Dans le but de créer un volume 3D solide autour de la surface définie par Eq. 3, deux surfaces sont générées avec un décalage de t_w :

$$(\cos x \sin y + \cos y \sin z + \cos z \sin x - t_w)(\cos x \sin y + \cos y \sin z + \cos z \sin x + t_w) = 0 \quad (\text{Eq. 4})$$

L'iso-contour de l'Eq. 4 décrit donc les parois délimitant le volume fluide et solide. Le volume intérieur correspond à la région solide (pour l'impression 3D) et le volume extérieur correspond à la région fluide (pour la simulation numérique).

2.3. Stratégie numérique

La stratégie numérique utilisée dans ce travail est basée sur la résolution des équations de Stokes (Eq. 1) dans le volume fluide (Figure 1.a-b) en utilisant une formulation mixte vitesse-pression par éléments finis (FE) implémentée dans le logiciel Z-set. Des approximations linéaires par morceaux sont considérées ici pour les champs de vitesse et de pression. Une telle formulation P1/P1 n'est pas stable, c'est pourquoi une méthode variationnelle multi-échelle (VMS) est introduite pour la stabiliser. La formulation intégrale faible du problème est obtenue en multipliant les équations de Stokes par des fonctions de test appropriées, puis en intégrant par parties.

Après avoir généré le RVE correspondant à la géométrie de la structure gyroïde au format STL, il est maillé à l'aide des logiciels GMSH et MMG. Une attention particulière est accordée à la génération de maillages périodiques pour faciliter l'imposition de conditions de vitesse. L'utilisation d'un maillage tétraédrique non structuré est obligatoire pour la formulation P1/P1 stabilisée.

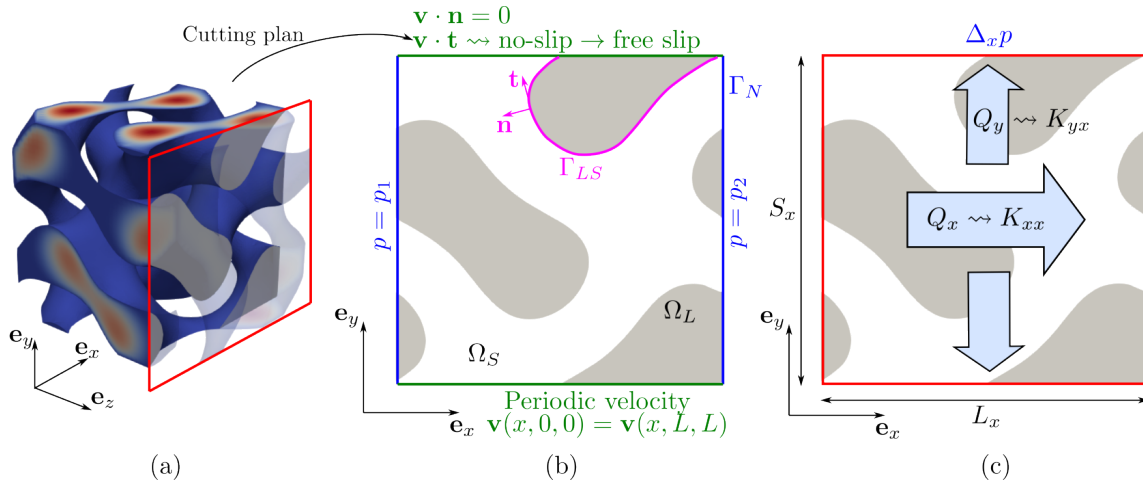


FIG. 1. – Schéma de (a) un volume gyroïde 3D (fluide) avec un plan de coupe, (b) les conditions aux limites au niveau du plan de coupe et (c) la méthode de calcul de la perméabilité numérique, pour un gradient de pression imposé selon \vec{x} .

En considérant une structure gyroïde donnée, des pressions p_1 et p_2 sont appliquées à deux côtés opposés du volume représentatif (EVR), ce qui engendre une différence de pression $\Delta P = p_1 - p_2$ (Figure 1.b). La pression est faiblement imposée par le tenseur des contraintes de Cauchy : $\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = -p_1$ ou $-p_2$ sur Γ_N . Dans le cadre de cette approche linéaire, la perméabilité calculée ne dépend pas du différentiel de pression. De plus, comme la structure gyroïde, ainsi que le maillage est triplement périodique, les vitesses sont imposées périodiques aux faces opposées. Ceci permet de calculer le tenseur complet de perméabilité K à partir des écoulements perpendiculaires à l'application du différentiel de pression (Figure 1.c). Le différentiel de pression $\Delta_j p$ est appliqué sur une longueur L_j dans la direction j caractérisé par un vecteur unitaire \vec{e}_j (ici $L_1 = L_2 = L_3 = L$). Le gradient de pression homogénéisé est habituellement linéarisé : $\nabla p_D = (\Delta_j p / L_j) \mathbf{e}_j$. La vitesse homogénéisée v_D est généralement définie comme $v_{Di} = Q_i / S_i$ avec $Q_i = \int_{S_i} \mathbf{v} \cdot \mathbf{e}_i dS_i$ le débit au travers de la section S_i . Nous pouvons donc réécrire la loi de Darcy (Eq. 2) pour calculer les composantes du tenseur de perméabilité :

$$K_{ij} = -v_{Di} \frac{\mu L_j}{\Delta_j p} = -\frac{Q_i}{S_i} \frac{\mu L_i}{\Delta_j p} \quad (\text{Eq. 5})$$

2.4. Méthode expérimentale

Le banc d'essais de perméabilité transverse est composé d'un cylindre où le fluide – ici une huile de moteur – passe au travers de l'échantillon [6]. Un réservoir sous pression est utilisé pour injecter le

fluide dans le cylindre et une valve permet de contrôler le débit (Figure 2.a). Un capteur de pression est placé en amont de l'échantillon. Le capteur fonctionne sur une plage de 0 à 350 mbar avec une précision de 3.5 mbar. L'acquisition des données est faite par un multimètre Hioki LR8431-20 avec une fréquence d'acquisition de 100 Hz. L'échantillon est un cylindre de diamètre 98 mm et une épaisseur 20 mm avec 10 gyroïdes distribuées sur le diamètre (Figure 2.b-c). Les échantillons sont imprimés avec une imprimante 3D par dépôt de fil fondu en acide poly-lactique (PLA).

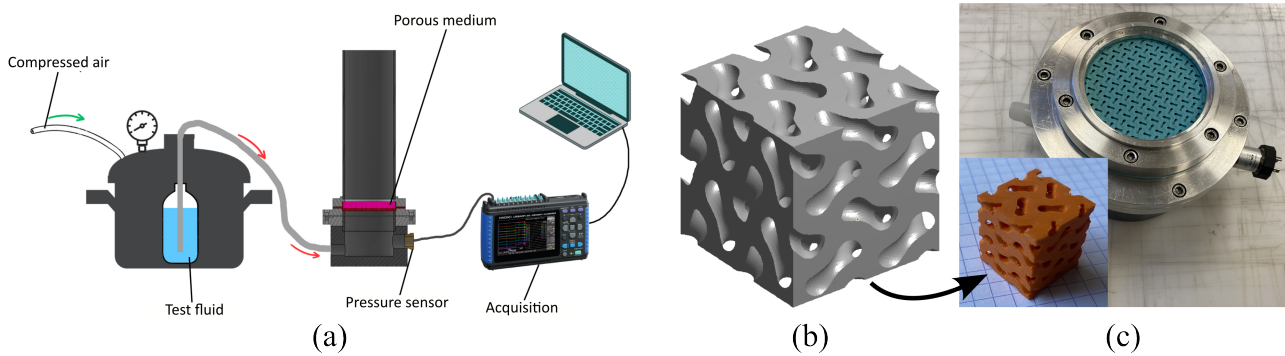


FIG. 2. – Illustration de (a) le banc expérimental, (b) le fichier STL de la structure gyroïde et (c) l'échantillon de 70 % de fraction volumique positionné dans le banc d'essais.

La perméabilité est calculée à partir des mesures de débit et de pression selon l'Eq. 6. Avec V_{out} la vitesse du fluide en sortie de l'échantillon, Δp_{tot} le différentiel de pression mesuré et h l'épaisseur de l'échantillon. La viscosité du fluide μ est mesurée par un viscosimètre rotatif RotoVisco¹ de Thermo Haake pour différentes vitesses et températures. La viscosité considéré dans l'Eq. 6 est la viscosité du fluide à la température de l'essai.

$$K_{11} = \frac{\mu h V_{out}}{\Delta p_{tot}} \quad (\text{Eq. 6})$$

3. Résultats

3.1. Simulation fluide

Les simulations numériques réalisées dans le cadre de ce travail ont été résolues à l'aide d'un solveur direct dans le logiciel Z-set FE fonctionnant sur un ordinateur portable équipé d'un processeur Intel Core i7-12700H avec 20 cœurs et 32 Go de RAM. Ces simulations ont été réalisées pour des maillages correspondant à une plage de fraction volumique de 45-86 %.

La figure 3 présente la magnitude normalisée du champ de vitesse (en bas de l'EVR) et du champ de pression normalisé avec maillage (en haut de l'EVR) pour une chute de pression prescrite le long de la direction \vec{e}_x pour $V_f = 45\%$ (figure 3.a) et pour $V_f = 75\%$ (figure 3.b). Les champs de vitesse représentés dans la figure 3 illustrent les conditions aux limites périodiques prescrites sur les faces perpendiculaires à la chute de pression, ainsi que la vitesse nulle à l'interface (condition de non-glissement).

La figure 3.c présente l'évolution des composantes du tenseur de perméabilité en fonction de la fraction volumique pour une condition de vitesse nulle prescrite à l'interface Γ_s (lignes pleines avec marqueurs) et une condition de glissement ($v \cdot n = 0$, lignes pointillées avec marqueurs). On constate que les composantes diagonales du tenseur de perméabilité sont identiques pour les différentes valeurs de V_f . Cela met en évidence le caractère isotrope de l'EVR et peut s'expliquer par la structure triplement périodique des gyroïdes. Les composantes hors diagonale du tenseur de perméabilité sont environ deux ordres de grandeur plus petites que les composantes diagonales. Bien que seuls deux niveaux de fraction volumique aient été testés pour les conditions limites de glissement ($v \cdot n = 0$), comme le montrent les lignes pointillées de la figure 3.c, on peut constater que les conditions limites

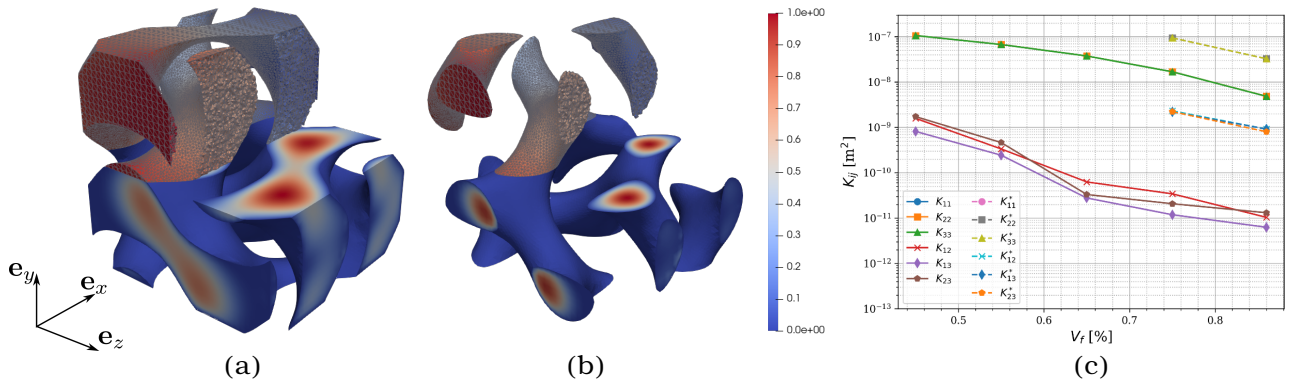


FIG. 3. – Maillage EF et résultats normalisés de la pression (en haut) et de la vitesse (en bas) pour (a) un $V_f = 45\%$ et (b) $V_f = 75\%$, avec un différentiel de pression appliqué selon l'axe \vec{x} . (c) Composantes du tenseur de perméabilité K_{ij} en fonction de la fraction volumique.

à l'interface fluide-solide peuvent avoir une influence significative sur les composantes du tenseur de perméabilité. Ici, un rapport de 5 à 7 est évalué entre la perméabilité avec bords glissants par rapport aux bords non-glissants. Cet effet a été démontré dans la littérature [7] pour les matériaux composites par exemple.

3.2. Perméabilité expérimentale

Les résultats expérimentaux sont présentés sur la figure 4.a. Les essais de perméabilité ont été réalisés à plusieurs débits de fluide et les résultats (figure 4.a) montrent que la pression varie linéairement avec l'augmentation de débit, ce qui confirme le caractère newtonien du fluide test utilisé. La figure 4.b présente les résultats expérimentaux de perméabilité (Eq. 6) en fonction de la fraction volumique ainsi que les résultats de perméabilité numériques K_{11} pour la condition de bords glissants et de bords non-glissants. Les résultats expérimentaux correspondent exactement aux résultats de simulations numériques pour des conditions aux limites de type bords non-glissants.

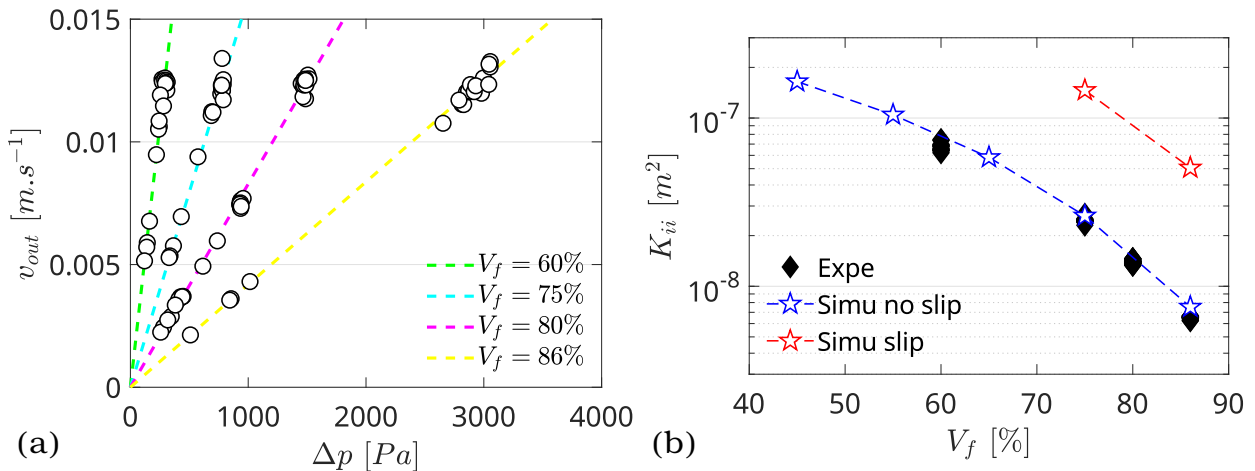


FIG. 4. – Résultats expérimentaux de perméabilité : (a) évolution de la vitesse du fluide en fonction du différentiel de pression pour différentes structures, (b) évolution de la perméabilité expérimentale et numérique en fonction de la fraction volumique V_f .

4. Conclusions

Une étude comparative de la perméabilité numérique et expérimentale basée sur des structures modèles triplement périodiques a été développée. Les résultats préliminaires montrent que l'évaluation numérique de la perméabilité est grandement impactée par les conditions aux limites (condition de non-glissement ou glissement), pour des structures identiques. Les mesures expérimentales sont répétables et indépendantes du débit de fluide. L'erreur relative des résultats numériques par rapport aux résultats expérimentaux est inférieure à 15 %, ce qui représente un très bon niveau de précision. Le bon accord entre les expériences et les simulations sur ce type de structures gyroïde, triplement périodique, montre que les hypothèses formulées sont correctes et qu'il est possible, sur des cas simplifiés 3D, d'obtenir une réponse numérique prédictive et quantitative de la perméabilité. Néanmoins, nous montrons que l'effet des conditions aux limites numériques est un paramètre prépondérant puisqu'un rapport de 5 à 7 est évalué (bords glissants / bords collants).

En perspective de ce travail, une étude sur les effets de l'énergie de surface (fluide / solide) et de la rugosité des structures expérimentales sur la mesure de perméabilité sera réalisée. Ces résultats seront comparés aux simulations numériques pour tenter de calibrer les conditions aux limites en fonction paramètres expérimentaux.

Références

- [1] A. Yong, *et al.* « Out-of-plane permeability measurement for reinforcement textiles : A benchmark exercise », *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing* Vol. 148, pp. 106480, 2021, ISSN 1359835X.
- [2] A. Yong, *et al.* « Towards standardisation of the out-of-plane permeability measurement for reinforcement textiles », *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing* Vol. 190, pp. 108630, 2025, ISSN 1359835X.
- [3] E. Syerko, *et al.* « Benchmark exercise on image-based permeability determination of engineering textiles : Microscale predictions », *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing* Vol. 167, pp. 107397, 2023, ISSN 1359835X.
- [4] L. T. Lumba, S. Chernyshikhin, B. Mahato, S. G. Abaimov, I. Shishkovsky « The assessment of permeability of biological implant structure using DLP-manufactured TPMS lattice physical models », *Materials Today : Proceedings* , pp. S2214785323049982, 2023ISSN 22147853.
- [5] M. Bodaghi, D. Ban, M. Mobin, C. Park, S. Lomov, M. Nikzad « Additively manufactured three dimensional reference porous media for the calibration of permeability measurement set-ups », *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing* Vol. 139, pp. 106119, 2020, ISSN 1359835X.
- [6] P. Baral, G. Pedoto, S. Drapier « Identification of saturated and transient transverse permeability of fibre reinforced fabrics », in : ECCM20 Composites Meet Sustainability, Lausanne, 2022.
- [7] A. Geoffre, M. Ghestin, N. Moulin, J. Bruchon, S. Drapier « Bounding transverse permeability of fibrous media : a statistical study from random representative volume elements with consideration of fluid slip », *International Journal of Multiphase Flow* Vol. 143, pp. 103751, 2021, ISSN 03019322.