

Une stratégie pour l'optimisation robuste et fiable directe des empilements composites

A Strategy for Robust and Reliability Based Performance Matching in Composite Structure Optimization

Roger Ballester Claret¹, Nicolò Fabbiane¹, Christian Fagiano², Cédric Julien² et Didier Lucor³

1 : DAAA, ONERA
Institut Polytechnique de Paris
29 Av. de la Division Leclerc, 92320 Châtillon, France
e-mail : roger.ballester_claret@onera.fr et nicolo.fabbiane@onera.fr

2 : DMAS, ONERA
Université Paris-Saclay
29 Av. de la Division Leclerc, 92320 Châtillon, France
e-mail : christian.fagiano@onera.fr et cedric.julien@onera.fr

3 : LISN, CNRS
Université Paris-Saclay
Rue du Belvédère, 91400 Orsay, France
e-mail : didier.lucor@lisn.upsaclay.fr

Résumé

La demande croissante de matériaux légers et performants a accéléré l'adoption de structures composites, réputées pour leur résistance et rigidité spécifiques élevées, ainsi que pour la possibilité d'ajuster leur comportement structurel grâce à l'optimisation des séquences d'empilement. Cet ajustement permet un contrôle précis des propriétés mécaniques, offrant des fonctionnalités avancées dans l'aéronautique, l'automobile et l'énergie éolienne. Cependant, la conception des structures composites est intrinsèquement complexe en raison de l'espace de conception de haute dimension introduit par les séquences d'empilement et des incertitudes liées aux procédés de fabrication. Les algorithmes génétiques (AG) se sont révélés efficaces pour trouver des séquences d'empilement pseudo-optimales, exploitant leur capacité de recherche globale pour naviguer dans cet espace complexe. Ce travail propose une méthodologie novatrice pour la récupération des séquences d'empilement, intégrant un cadre de conception basé sur la fiabilité pour relever ces défis. En intégrant les incertitudes dans le processus d'optimisation, la méthodologie facilite l'ajustement mécanique des structures composites tout en garantissant la fiabilité des performances face à la variabilité des matériaux et de la fabrication.

Abstract

The increasing demand for lightweight, high-performance materials has accelerated the adoption of composite structures, renowned for their high specific strength and stiffness, along with their ability to tailor structural behavior through stacking sequence optimization. This tailoring allows for precise control of mechanical properties, enabling advanced functionalities in aeronautics, automotive, and wind energy applications. However, the design of composite structures is inherently complex due to the high-dimensional design space introduced by stacking sequences and the uncertainties due to material properties and manufacturing processes. Genetic Algorithms (GAs) have proven effective in retrieving pseudo-optimal stacking sequences, leveraging their global search capability to navigate this complex design space. This work proposes a novel methodology for stacking sequence retrieval, integrating a reliability-based design framework to address these challenges. By incorporating uncertainties into the optimization process, the methodology facilitates mechanical tailoring of composite structures while ensuring performance reliability under manufacturing and material variability.

Mots Clés : Analyse de Fiabilité, Conception Robuste, Algorithmes Génétiques, Optimisation

Keywords : Reliability Analysis, Robust Design, Genetic Algorithms, Optimization

1. Introduction

Les matériaux composites, grâce à leur résistance spécifique élevée et leur flexibilité de conception, sont devenus incontournables dans de nombreuses applications d'ingénierie [1]. Cependant, l'optimisation des séquences d'empilement reste un défi majeur, en raison de la nature combinatoire de l'espace de conception et des incertitudes liées à la fabrication, telles que les variations d'alignement des fibres ou des propriétés matérielles, qui peuvent entraîner des écarts de performance [2, 3, 4].

Les algorithmes génétiques (AG) sont particulièrement adaptés à ce type de problème, grâce à leur capacité à explorer efficacement l'espace de conception via des mécanismes évolutifs comme la sélection, le croisement et la mutation [5, 6]. Ces outils permettent d'identifier des séquences d'empilement pseudo-optimales tout en répondant aux contraintes spécifiques des applications.

Dans ce papier, nous avons développé une méthodologie combinant les AG avec des modèles probabilistes et des contraintes basées sur la fiabilité, afin d'intégrer explicitement les incertitudes de fabrication. Cette approche garantit des séquences d'empilement optimisées, qui sont au même temps robustes et performantes [7].

Nous avons appliqué cette méthodologie à des cas de référence issus de la littérature, démontrant son efficacité et son applicabilité [8, 9]. Les résultats montrent que notre approche permet de produire des conceptions fiables et performantes, tout en comblant le fossé entre la théorie et la pratique. Ce travail ouvre ainsi de nouvelles perspectives pour l'optimisation des structures composites dans des secteurs critiques comme l'aérospatiale et les énergies renouvelables.

2. Méthodologie

L'optimisation des stratifiés composites consiste à trouver une séquence d'empilement pseudo-optimale qui minimise une fonction objectif $f(\boldsymbol{\theta})$ tout en satisfaisant des contraintes basées sur la fiabilité. La séquence d'empilement $\boldsymbol{\theta}$ est composée d'une série d'angles de plis discrets sélectionnés dans un ensemble donné (exemple : $[0^\circ, \pm 15^\circ, \pm 30^\circ, \pm 45^\circ, \pm 60^\circ, 90^\circ]$), chaque angle de pli étant soumis à des tolérances de fabrication [10]. Ces tolérances sont représentées par un écart-type σ_{θ_i} . La relation entre l'angle de pli nominal $\bar{\theta}_i$ et l'angle de pli réel θ_i est modélisée comme suit :

$$\theta_i = \bar{\theta}_i + \sigma_{\theta_i} X, \quad (\text{Eq. 1})$$

où X est une variable aléatoire normale standard $X \sim \mathcal{N}(0, 1)$.

Problème d'optimisation probabiliste : Dans le cadre probabiliste, le problème d'optimisation vise à minimiser la valeur attendue de la fonction objectif $\mathbb{E}[f(\boldsymbol{\theta})]$ tout en garantissant que les contraintes sont satisfaites avec une fiabilité élevée. Le problème peut être exprimé comme suit :

$$\begin{aligned} & \underset{\boldsymbol{\theta}}{\text{minimiser}} \quad \mathbb{E}[f(\boldsymbol{\theta})] \\ & \text{sous les contraintes} \quad \mathbb{P}(g_i(\boldsymbol{\theta}) \geq 0) \leq \mathbb{P}_{\text{limite}}^g, \quad i = 1, \dots, N_g, \end{aligned} \quad (\text{Eq. 2})$$

où $g_i(\boldsymbol{\theta})$ sont les fonctions de contraintes probabilistes, $\mathbb{P}_{\text{limite}}^g$ représente la probabilité admissible de violation des contraintes, et N_g est le nombre total de contraintes.

Dans ce travail, la fonction objectif $f(\boldsymbol{\theta})$ représente une métrique de performance du stratifié, telle que le poids, la rigidité ou le coût. Les contraintes $g_i(\boldsymbol{\theta})$ tiennent généralement compte des exigences structurelles ou mécaniques.

Cette formulation garantit que l'optimisation prend en compte les incertitudes inhérentes aux angles de plis dues aux tolérances de fabrication, fournissant une conception robuste qui respecte les seuils de fiabilité spécifiés. Le flux de travail de l'algorithme d'optimisation 1 est conçu pour trouver une séquence d'empilement pseudo-optimale pour un stratifié composite dans le cadre de l'optimisation basée sur la fiabilité (RBDO). Chaque étape du processus est décrite ci-dessous :

Initialisation : L'algorithme commence par la création d'une population initiale aléatoire. Chaque individu de la population représente une séquence d'empilement candidate composée d'orientations

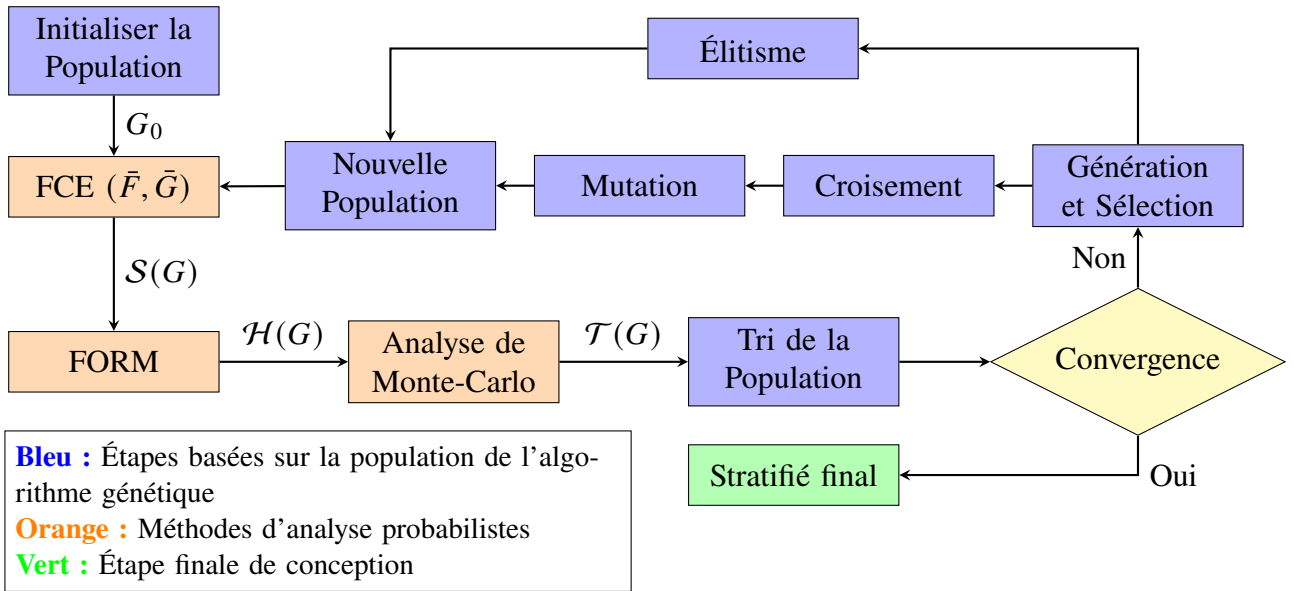


FIG. 1. – Organigramme du processus standard de l'algorithme génétique, incluant les étapes d'analyse probabilistes et la génération de sortie de conception.

de plis sélectionnées dans l'ensemble $[0^\circ, \pm 15^\circ, \pm 30^\circ, \pm 45^\circ, \pm 60^\circ, 90^\circ]$. Cette étape d'initialisation garantit une exploration diversifiée de l'espace de conception.

Évaluation de la Réponse Moyenne : La première étape du processus d'évaluation consiste à calculer la réponse moyenne de la fonction objectif et des contraintes pour tous les candidats de la population. Cela est réalisé en utilisant la méthodologie développée par Coelho et al. [2], qui exploite l'Expansion en Chaos de Fourier (FCE) pour calculer efficacement les valeurs moyennes. La FCE fournit une base pour analyser les incertitudes dans les angles de plis et permet une évaluation rapide des réponses moyennes.

Dans le cadre de la FCE, la fonction objectif $f(\theta)$ et les contraintes $g_i(\theta)$ sont exprimées sous forme de séries de Fourier tronquées, permettant un calcul efficace des moments statistiques en présence d'incertitudes. Pour une fonction $h(\theta)$, la représentation FCE est donnée par :

$$h(\theta) \approx \sum_{k=0}^P \hat{h}_k \Phi_k(\theta), \quad (\text{Eq. 3})$$

où $\Phi_k(\theta)$ représentent des fonctions de base orthonormales construites à partir de l'expansion en série de Fourier, \hat{h}_k sont les coefficients de Fourier obtenus par projection de $h(\theta)$ sur ces fonctions de base, et P est l'ordre de troncature, déterminé selon la précision requise et le budget de calcul disponible. La valeur moyenne de $h(\theta)$ est calculée en utilisant le coefficient d'ordre zéro, \hat{h}_0 , comme suit :

$$\mathbb{E}[h(\theta)] \approx \hat{h}_0 = \int h(\theta) d\mu(\theta), \quad (\text{Eq. 4})$$

où $\mu(\theta)$ est la fonction de densité de probabilité des incertitudes d'entrée, généralement modélisées comme des distributions normales indépendantes pour les orientations des plis.

Une fois les valeurs moyennes de la fonction objectif et des contraintes calculées, les configurations ne satisfaisant pas les contraintes au niveau moyen sont automatiquement écartées. Cette étape de filtrage garantit que seules les conceptions réalisables sont prises en compte dans les étapes suivantes, réduisant ainsi considérablement les coûts de calcul et concentrant le processus d'optimisation sur les candidats prometteurs.

FORM et Simulations de Monte-Carlo : Pour les configurations restantes, une simulation selon la méthode de fiabilité au premier ordre (FORM) est réalisée [11]. La FORM évalue la fiabilité

des conceptions en présence d'incertitudes, fournissant une mesure quantitative de leur robustesse. L'indice de fiabilité β est calculé comme suit :

$$\beta = \min_{\mathbf{u} \in \mathbb{R}^n} \|\mathbf{u}\| \quad \text{sous la contrainte} \quad g(\mathbf{u}) = 0, \quad (\text{Eq. 5})$$

où \mathbf{u} est le vecteur des variables aléatoires normales standard, et $\|\mathbf{u}\|$ est la norme euclidienne de \mathbf{u} . Les configurations avec un indice de fiabilité inférieur à un seuil spécifié sont écartées. De plus, pour les candidats les plus prometteurs ayant passé l'évaluation FORM, une simulation de Monte-Carlo (MC) est réalisée [12]. Cette étape fournit une évaluation de fiabilité plus précise en simulant un grand nombre de réalisations aléatoires des angles de plis. La probabilité de défaillance est estimée comme suit :

$$\mathbb{P}_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbb{I}\{g(\boldsymbol{\theta}_i) \leq 0\}, \quad (\text{Eq. 6})$$

où N est le nombre total de simulations, $\mathbb{I}\{\cdot\}$ est la fonction indicatrice qui vaut 1 si la condition est vraie et 0 sinon, et $g(\boldsymbol{\theta}_i)$ est la fonction d'état limite évaluée pour la i -ème réalisation aléatoire des angles de plis $\boldsymbol{\theta}_i$.

Tri de la Population : Après l'évaluation de la génération courante, la population est triée en deux catégories : les configurations satisfaisant toutes les contraintes sont classées en premier selon leurs valeurs de fitness, suivies par celles qui échouent à satisfaire certaines contraintes individuelles mais respectent les moyennes des contraintes. Ces dernières configurations sont conservées en tant que candidats prometteurs pour les itérations futures.

Vérification de la Convergence : La convergence est déterminée par deux critères : atteindre une limite d'itérations prédéfinie ou obtenir une valeur de fitness répondant au seuil spécifié. Une fois la convergence atteinte, le processus s'arrête, produisant la séquence d'empilement pseudo-optimale.

Génération, Sélection et Opérations Génétiques : Pour maintenir la taille de la population, de nouveaux échantillons aléatoires sont introduits, garantissant la diversité tout en conservant les candidats les plus performants grâce à un mécanisme d'élitisme. Les opérations de croisement et de mutation sont appliquées pour explorer l'espace de conception et introduire de la variabilité. Le croisement combine des configurations parentales pour créer des descendants, tandis que la mutation apporte de petites modifications aléatoires. Ces opérations génétiques, conformément à Irisarri et al. [5], permettent une exploration et un raffinement efficaces des conceptions de séquences d'empilement.

3. Application

Cette méthodologie a été appliquée à l'optimisation d'une aile composite du Common Research Model (CRM) [8, 9], démontrant sa capacité à relever les défis de la RBDO pour les structures composites. L'objectif était de minimiser la force verticale induite par les rafales, F_z , tout en garantissant le respect des contraintes probabilistes sur la déformation équivalente et la vitesse de flottement. Le problème prenait en compte les incertitudes dans les orientations des plis, modélisées comme des variables aléatoires avec un écart-type de $\sigma_\theta = 2^\circ$.

Le flux de travail de l'algorithme a été mis en œuvre pour affiner itérativement les configurations de séquences d'empilement dans les zones de conception de l'aile CRM. Les résultats de cette application ont montré une amélioration significative des conceptions optimisées, satisfaisant toutes les contraintes, tout en réalisant une réduction notable de la force verticale induite par les rafales F_z .

Convergence et Statistiques de Fitness de la Population : L'évolution de la fitness et les caractéristiques statistiques de la population de l'AG au cours des 50 premières générations sont présentées dans la Figure 3. L'amélioration progressive de la meilleure valeur de fitness, représentée par la ligne verte, démontre la capacité de l'AG à converger vers une solution optimale, en améliorant de 13% le meilleur candidat dans la population initiale. Au fil des générations, le rétrécissement de l'étendue

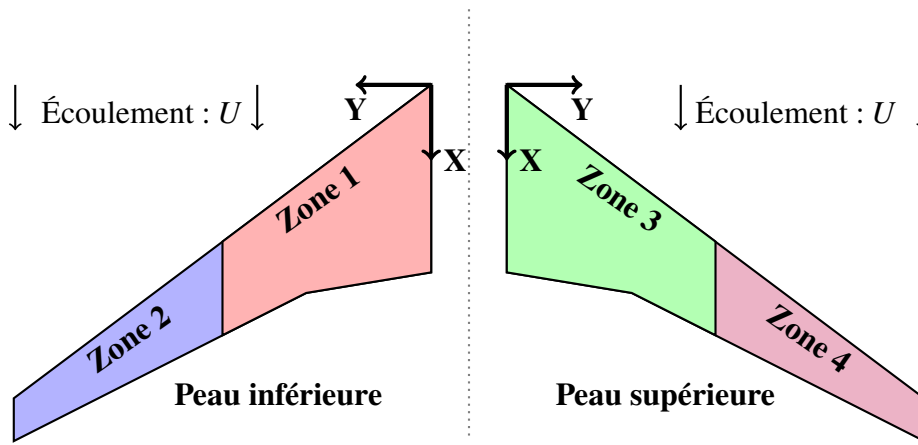


FIG. 2. – Structure de l’aile composite CRM. Chaque zone représente une région avec des séquences d’empilement adaptées.

interquartile indique une réduction de la variabilité au sein de la population et une focalisation sur des solutions de meilleure qualité. De plus, les configurations avec des valeurs de fitness inférieures à la meilleure valeur, qui ne respectent pas les contraintes, sont exclues, garantissant que seuls les candidats réalisables et prometteurs sont retenus pour la sélection.

Ce comportement de convergence met en évidence l’efficacité de la méthodologie proposée pour naviguer dans l’espace de conception des séquences d’empilement, affiner les solutions candidates et concentrer les ressources computationnelles sur les conceptions les plus prometteuses. Ces résultats démontrent aussi la nature robuste et efficace de la méthodologie, capable de gérer les incertitudes inhérentes à la conception des séquences d’empilement composites tout en obtenant des solutions fiables et performantes pour l’aile composite CRM.

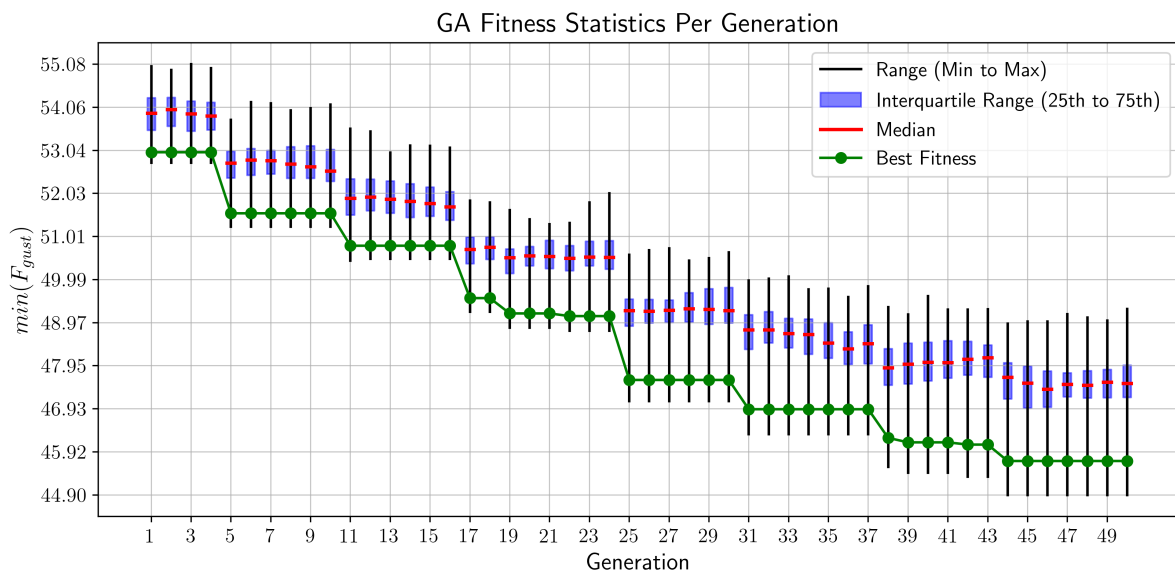


FIG. 3. – Statistiques de fitness de la population de l’AG au cours des 50 premières générations d’une exécution. Les points en dessous de la ligne verte ne satisfont pas les contraintes et sont exclus de la sélection.

4. Conclusion

Cette étude applique avec succès un cadre d'optimisation de la RBDO à l'optimisation des séquences d'empilement d'une structure d'aile composite. En intégrant des méthodes probabilistes avancées telles que la FCE, la FORM et des simulations de MC sélectives, la méthodologie a pris en compte efficacement les incertitudes sur les orientations des plis tout en maintenant une efficacité computationnelle. L'intégration d'un AG a par ailleurs renforcé le processus, en utilisant des mécanismes tels que l'élitisme, le croisement et la mutation pour affiner les conceptions de séquences d'empilement dans plusieurs zones.

Les résultats montrent que l'approche proposée fournit des solutions robustes et performantes qui respectent toutes les contraintes de conception tout en minimisant la fonction objectif. Le comportement de convergence de l'AG, illustré dans la Figure 3, met en évidence sa capacité à explorer efficacement l'espace de conception, identifier des solutions réalisables et optimiser des configurations prometteuses. Des innovations comme l'analyse MC sélective ont assuré une utilisation efficace des ressources computationnelles, rendant la méthodologie adaptée aux problèmes de grande dimension. L'application à l'aile composite CRM illustre le potentiel pratique du cadre pour relever les défis de l'ingénierie aérospatiale. L'approche améliore les performances structurelles et aéroélastiques tout en offrant une robustesse face aux variabilités de fabrication et aux incertitudes opérationnelles. Les travaux futurs étendront cette méthodologie au couplage avec des métamodèles, afin de traiter des modèles de plus grande échelle. Ils intégreront également des contraintes supplémentaires, telles que la tolérance aux dommages et les facteurs environnementaux, pour renforcer la fiabilité et la polyvalence. En résumé, ce travail fait progresser l'optimisation des structures composites, offrant un outil flexible et robuste pour répondre aux exigences des conceptions aérospatiales modernes.

Références

- [1] S. W. Tsai, J. C. Halpin, N. J. Pagano, Composite Materials Workshop, Technomic Pub. Co., Stamford, CT, 1968.
- [2] L. Coelho, D. Lucor, N. Fabbiane, C. Fagiano, C. Julien « Multi-scale approach for reliability-based design optimization with metamodel upscaling », *Structural and Multidisciplinary Optimization* Vol. 66 n° 205, pp. 205, 2023.
- [3] C. Conceição António « A hierarchical genetic algorithm for reliability based design of geometrically non-linear composite structures », *Composite Structures* Vol. 54 n° 1, pp. 37–47, 2001, ISSN 0263-8223.
- [4] H. An, S. Chen, H. Huang « Improved Genetic Algorithm with Two-Level Approximation Method for Laminated Stacking Sequence Optimization by Considering Engineering Requirements », *Mathematical Problems in Engineering* Vol. 2015.
- [5] F.-X. Irisarri, A. Lasseigne, F.-H. Leroy, R. Le Riche « Optimal design of laminated composite structures with ply drops using stacking sequence tables », *Composite Structures* Vol. 107, pp. 559–569, 2014, ISSN 0263-8223.
- [6] S. Chen, Z. Lin, H. An, H. Huang, C. Kong « Stacking sequence optimization with genetic algorithm using a two-level approximation », *Structural and Multidisciplinary Optimization* Vol. 48.
- [7] R. Ballester Claret, L. Coelho, C. Fagiano, C. Julien, D. Lucor, N. Fabbiane « Reliability based optimisation of composite plates under aeroelastic constraints via adapted surrogate modelling and genetic algorithms », *Composite Structures* Vol. 347, pp. 118461, 2024, ISSN 0263-8223.
- [8] N. Fabbiane, F.-X. Irisarri, J. Dillinger, A. Lepage « Aeroelastic-tailoring of a wind-tunnel model for passive alleviation of static and dynamic loads », *CEAS Aeronautical Journal* Vol. 13 n° 4, pp. 967–977, 2022.
- [9] NASA « Common Research Model », <https://commonresearchmodel.larc.nasa.gov/>, page last modified on September 10, 2019, 2019.
- [10] C. Scarth, J. E. Cooper, P. M. Weaver, G. H. Silva « Uncertainty quantification of aeroelastic stability of composite plate wings using lamination parameters », *Composite Structures* Vol. 116, pp. 84–93, 2014, ISSN 0263-8223.
- [11] V. Cizelj, B. Mavko, H. Riesch-Oppermann « Application of first and second order reliability methods in the safety assessment of cracked steam generator tubing », *Nuclear Engineering and Design* Vol. 147, pp. —, 1994.
- [12] N. Metropolis, S. Ulam « The Monte Carlo Method », *Journal of the American Statistical Association* Vol. 44 n° 247, pp. 335–341, 1949.