

Modélisation des liaisons fibres / matrice au sein de composites élastomères renforcés par des câbles

Modelling of fiber / matrix bonding within cable-reinforced elastomer composites

Valentin Poussard¹, Camille Gandiolle¹ et Damien Durville¹

1 : LMPS

Université Paris-Saclay, CentraleSupélec, ENS Paris-Saclay, CNRS

F- 91190 Gif-sur-Yvette

e-mail : valentin.poussard@centralesupelec.fr, camille.gandiolle@centralesupelec.fr et

damien.durville@centralesupelec.fr

Résumé

Une approche des liaisons fibre / matrice au sein de composites élastomères renforcés par des câbles est proposée à partir d'éléments de liaison 1D entre des paires de particules matérielles pour assurer le couplage entre deux maillages incompatibles superposés : un maillage structuré pour la matrice élastomère, et un maillage d'éléments poutre pour les fils du câble. Les rigidités affectées à ces éléments de liaison sont identifiées numériquement en simulant des déplacements de portions de fibre au sein d'éléments de volume de matrice. Des tests de validation montrent que la formulation proposée pour ces éléments de liaison permet d'approcher les interactions complexes au sein de ces composites en utilisant un maillage grossier pour la matrice élastomère afin de réduire les coûts de calcul.

Abstract

An approach to fiber/matrix bonding within cable-reinforced elastomer composites is proposed based on 1D bonding elements between pairs of material particles to ensure coupling between two superimposed incompatible meshes : a structured mesh for the elastomer matrix, and a mesh of beam elements for the cable wires. The rigidities assigned to these bonding elements are numerically identified by simulating displacements of fiber portions within matrix volume elements. Validation tests show that the formulation proposed for these bonding elements enables the complex interactions within these composites to be approximated using a coarse mesh for the elastomer matrix, in order to reduce computational costs.

Mots Clés : composites câbles / élastomères ; éléments de liaisons ; maillages incompatibles

Keywords : cable-reinforced elastomer composites ; bonding elements, incompatible meshes

1. Motivation

Des câbles métalliques et textiles sont utilisés comme renforts de composites à matrice élastomère, notamment dans les pneumatiques ou les bandes transporteuses pour le convoyage des matériaux. Pour certaines applications, la pénétration de la matrice élastomère à l'intérieur des câbles engendre des couplages particuliers. Dans ces situations, les fils des câbles soumis à des chargements longitudinaux se tendent et, du fait de leur courbure, exercent des efforts orientés vers l'intérieur du câble se traduisant par un chargement de type compression transverse au niveau de la matrice élastomère présente au cœur du câble qui sollicite sous comportement quasi-incompressible. La réponse à ces fortes sollicitations de la matrice élastomère présente au cœur de ces câbles conditionne dans une large mesure le comportement macroscopique de la structure. Approcher par la simulation les mécanismes de déformation de la matrice élastomère au sein des câbles constitue un défi en raison des échelles mises en jeu. Utiliser des modèles tridimensionnels et des maillages volumiques compatibles pour représenter les fils et la matrice conduit d'une part à des problématiques de maillage pour mailler les volumes de matrice entre les fils et d'autre part à des coûts de calcul importants.

Pour répondre au besoin de caractérisation du comportement de ce type de structure composite élastomère / renforts câblés à des coûts raisonnables en termes de maillage et de temps de calcul, une approche couplant une modélisation poutre 1D pour les fils et une modélisation tridimensionnelle classique pour la matrice, avec des maillages incompatibles et superposés pour discrétiser les deux constituants du composite, est proposée et implémentée dans le logiciel Multifil. Ce logiciel dédié à la simulation par éléments finis de milieux enchevêtrés en utilisant un schéma de résolution implicite, met en œuvre une modélisation de poutre pour représenter des assemblages de fils en interaction de contact frottant [1], et représente le comportement de la matrice environnante à l'aide d'un modèle hyperélastique suivant une loi de Mooney-Rivlin [2].

Pour réduire les coûts de maillage et de simulation, le choix est fait d'adopter un maillage grossier et structuré en hexaèdres pour représenter la matrice élastomère, qui se révèle donc incompatible par rapport au maillage 1D à l'aide d'éléments poutre pour représenter les fils du câble (Fig. 1). La question du couplage entre modèles 1D et 3D décrits par des maillages incompatibles a fait l'objet de différents travaux dans la littérature [3, 4, 5, 6].

Pour pallier l'incompatibilité des maillages, le couplage en déplacement entre la matrice et les fils de renforts est réalisé au moyen d'éléments ponctuels. Alors qu'il apparaît que le comportement macroscopique de ce type de structure composite est contrôlé en grande partie par les déformations des petits volumes de matrice insérés entre les fils (ménisques), d'une rigidité environ 20 000 fois moindre que les fils d'acier, et d'une dimension inférieure à la taille de discrétisation du maillage de la matrice, un des enjeux de l'approche présentée est de tenir compte des phénomènes aux petites échelles dans la modélisation du couplage entre les fils et la matrice.

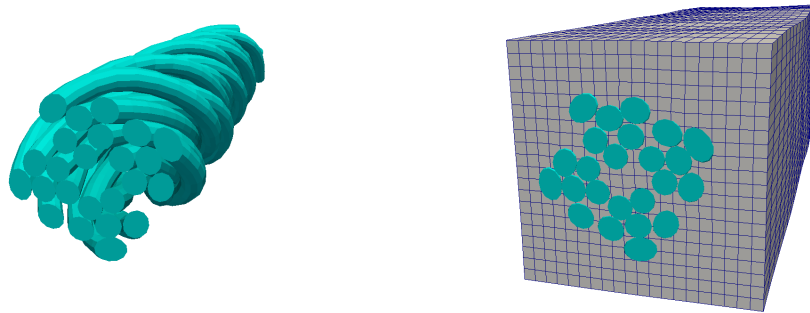


Fig. 1.: Représentation volumique du maillage en éléments de poutre du câble (à gauche) et du maillage d'un volume de composite câble / élastomère (à droite)

2. Principes de l'approche

2.1. Éléments de liaison ponctuels

L'incompatibilité entre les maillages de la matrice et des fils ne permet pas d'assurer la continuité des déplacements entre les deux constituants. Pour y remédier, des éléments ponctuels assurant une liaison entre une particule de fil et une particule de matrice sont créés sur la surface des fils au niveau des nœuds des éléments de poutre (Fig.2). Pour l'élément de liaison i , on note ξ_i^f la particule matérielle sur la surface du fil, et ξ_i^m la particule matérielle de la matrice occupant la même position dans la configuration initiale, les deux particules constituant cet élément de liaison. La liaison entre ces deux particules est modélisée en additionnant à l'énergie du système une énergie de liaison pénalisée sous la forme :

$$\mathcal{E}_{\text{liais},i}(\xi_i^f, \xi_i^m) = \frac{k_{\text{liais}}}{2} (\mathbf{x}^f(\xi_i^f) - \mathbf{x}^m(\xi_i^m))^2,$$

où $\mathbf{x}^f(\xi_i^f)$ et $\mathbf{x}^m(\xi_i^m)$ représentent respectivement les positions actuelles de la particule du fil et de la particule de la matrice, et où k_{liais} est la rigidité associée à cet élément de liaison.

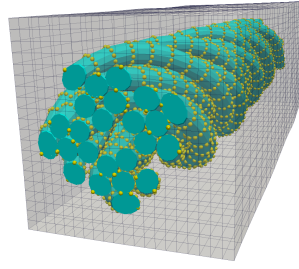


Fig. 2.: Représentation des éléments de liaison (sphères jaunes) générés sur la surface des fils

2.2. Annulation du travail virtuel de la matrice dans le volume des fils

Pour ne pas tenir compte du travail virtuel développé par la matrice au niveau du recouvrement entre le maillage de la matrice et celui des fils, ce travail virtuel n'est pas pris en compte au niveau des points d'intégration des éléments finis de la matrice positionnés à l'intérieur du volume d'un fil.

3. Problématiques liées à la distribution et à la rigidité des éléments de liaison

La question de la rigidité k_{liais} à attribuer aux éléments de liaison se révèle cruciale et fortement liée à la distribution des éléments de liaison, ainsi qu'au rapport entre la taille des éléments finis du maillage de la matrice et la dimension des fils.

Deux écueils sont à éviter. Si plusieurs éléments de liaison associés à une même section de fil sont couplés à un même élément fini de matrice, la prise en compte d'une rigidité de liaison trop élevée risque de conduire à un phénomène de verrouillage numérique, les éléments de liaison tendant à imposer la cinématique dans la section du fil à l'ensemble de l'élément fini de matrice, et à rigidifier artificiellement cet élément fini.

Du fait de l'approximation linéaire des déplacements à travers les éléments finis, l'utilisation pour le maillage de la matrice d'éléments finis de taille importante par rapport au diamètre des fils peut conduire à une cinématique pas suffisamment riche pour représenter les déformations dans les zones comportant des liaisons avec des fils de câbles, et entraîner en conséquence une surestimation de la contribution de la matrice à la rigidité du câble en limitant les déplacements relatifs entre ces fils.

Ces considérations nous conduisent à envisager que la rigidité des éléments de liaison permette de rendre compte des déplacements qui se produiraient à une plus petite échelle au sein de la matrice, mais que le manque de raffinement du maillage de la matrice ne permet pas de représenter.

4. Identification numérique de la rigidité des éléments de liaison

Pour identifier la raideur qui caractérise la déformabilité de la matrice à une échelle inférieure à la dimension des éléments finis, des simulations annexes ont été conduites. L'idée consiste à déplacer une portion de fil de diamètre D immergé dans un volume d'élastomère de section carrée avec une longueur de côté L , dont les déplacements sont bloqués dans les directions normales aux bords, et à identifier la raideur de la force de réaction qui s'oppose au déplacement du fil dans ce volume d'élastomère (Fig.3).

Ces simulations de déplacement d'un fil dans un volume d'élastomère ont été réalisées pour différents rapports $\frac{L}{D}$, et la rigidité de la réaction s'opposant au déplacement du fil est représentée en fonction de ce rapport sur la Figure 4.a, qui fait apparaître deux régimes principaux. Lorsque la largeur de l'élément de matrice est inférieure au diamètre du fil, c'est essentiellement l'aspect incompressible de l'élastomère qui est sollicité, et la rigidité de liaison est très élevée. La déformabilité locale de la matrice élastomère est sollicitée lorsque le diamètre du fil est inférieur à la largeur de l'élément de matrice. Dans cette deuxième plage, en introduisant le paramètre adimensionné :

$$\gamma = \frac{D}{L_3 - D},$$

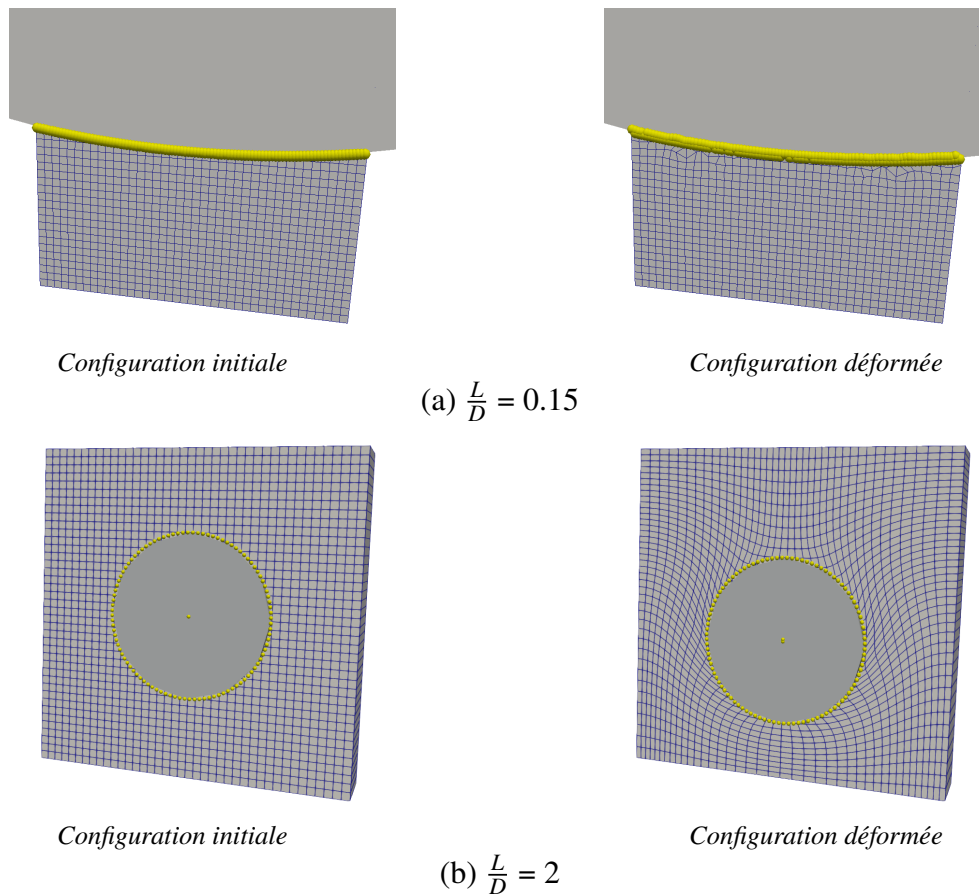


Fig. 3.: Simulation du déplacement d'un fil dans une matrice élastomère, les éléments de liaison sont représentés en jaune, pour deux rapports $\frac{L}{D}$

il est possible d'approcher l'évolution de cette rigidité par un polynôme d'ordre 2 par rapport à γ (Fig. 4.b).

Cette identification numérique de la rigidité s'opposant au déplacement d'un fil dans un élément de matrice élastomère permet d'objectiver la raideur k_{liais} à affecter aux éléments de liaison entre les fils et la matrice.

5. Validation sur un test de traction

Un test de traction d'une éprouvette de composite élastomère renforcé par un câble multitoron constitué de 4 torons de 6 fils d'acier, entièrement pénétré par la matrice (Fig. 1), est utilisé pour tester la validité de l'approche. Cette éprouvette est soumise à une elongation de 5 %, qui génère une forte compression dans le volume de matrice élastomère piégé au cœur du câble. Trois domaines peuvent être distingués sur la courbe de réponse en effort (Fig. 6). Sur une première plage, entre 0 % et 2 %, on observe une rigidification progressive de l'éprouvette, qu'on peut interpréter comme liée à une réorganisation de l'assemblage et un rapprochement des fils rendus possibles par la déformabilité de la matrice élastomère au cœur du câble. Lorsque les fils ne peuvent plus se rapprocher davantage, le comportement devient à peu près linéaire, jusqu'à l'entrée en plasticité des fils autour de 3.5 % d'allongement de l'éprouvette. Ce qui nous intéresse dans ce test est d'obtenir des résultats relativement indépendants de la discrétisation du maillage de la matrice grâce à l'identification des rigidités appropriées pour les éléments de liaison. Pour cela, on a considéré 4 maillages différents pour la matrice élastomère, comportant respectivement 7, 10, 20 et 40 éléments finis sur les côtés de la section transverse de l'éprouvette (Fig. 5), et un maillage de poutre identique dans les 4 cas pour les fils. Ces différents maillages couvrent les situations où les éléments de matrice sont plus larges (7 et 10 éléments) ou moins larges (20 et

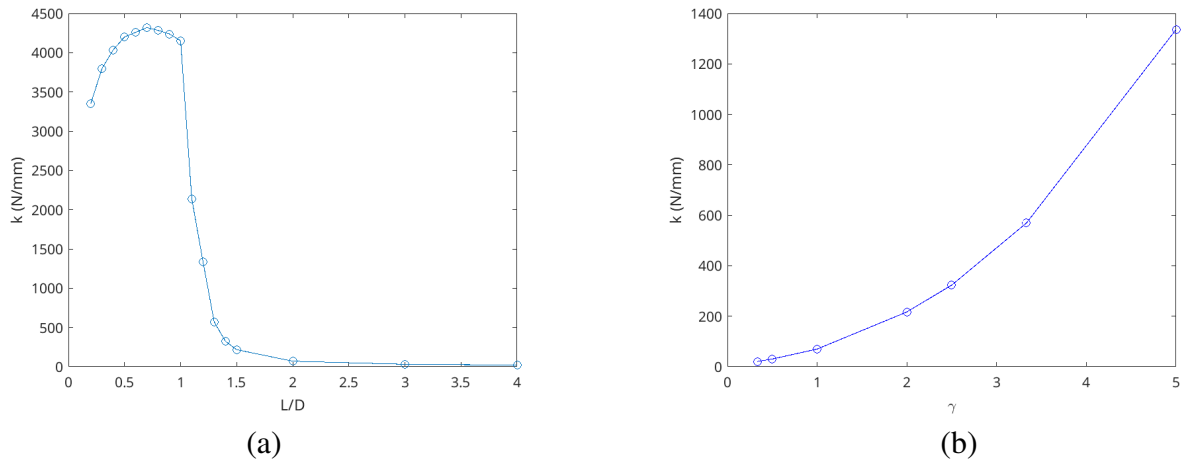


Fig. 4.: Évolution de la rigidité s'opposant au déplacement d'un fil dans une matrice élastomère en fonction du rapport $\frac{L}{D}$ (a) - et du paramètre γ pour $L > D$ (b)

40 éléments) que les fils. Les éléments de liaison sont créés automatiquement de manière à avoir, au niveau de la section de chaque nœud de poutre, un élément de liaison au centre, et sur le contour, à peu près un élément de liaison dans chaque élément fini de matrice. Le nombre d'éléments de liaison généré automatiquement est donc globalement proportionnel au nombre d'éléments finis sur les côtés du maillage de la matrice. Les rigidités de ces éléments de liaison sont déterminées a priori selon la procédure d'identification numérique présentée au paragraphe précédent.

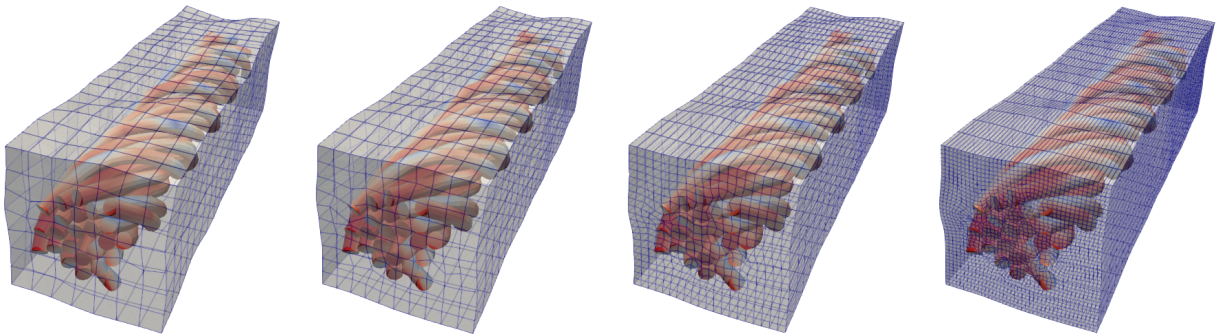


Fig. 5.: Configurations déformées des éprouvettes composites en traction pour des maillages de la matrice élastomère comportant respectivement 7, 10, 20 et 40 éléments finis dans les directions transverses

6. Conclusion

La proximité des résultats obtenus pour les 4 discrétisations différentes du maillage de la matrice, tant au niveau des déformées et contraintes dans les fils (Fig. 5) qu'au niveau de l'effort global (Fig. 6) montre la validité de l'approche de couplage proposée. La déformabilité des éléments de liaison, contrôlée par la rigidité qui leur est affectée, et déterminée a priori à l'aide de la procédure d'identification numérique proposée, permet en particulier de rendre compte de manière fiable de l'interaction fils / matrice élastomère en utilisant un maillage relativement grossier pour la matrice, ce qui permet des gains de calcul considérables.

Références

- [1] D. Durville « Contact-friction modeling within elastic beam assemblies : an application to knot tightening », *Computational Mechanics* Vol. 49, pp. 687–707, 2012.

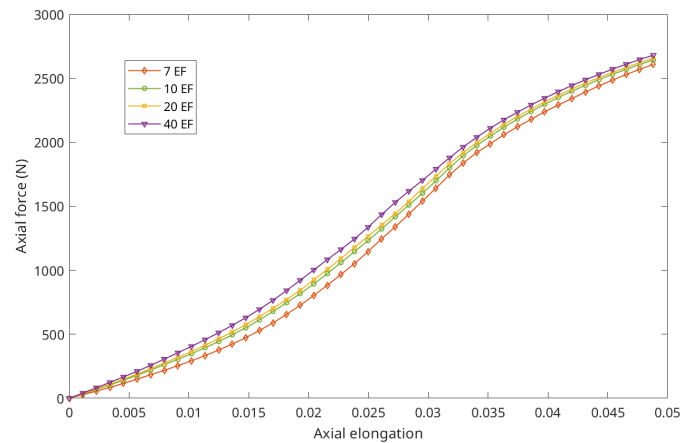


Fig. 6.: Courbes effort / déformation pour les éprouvettes composites en traction pour des maillages de la matrice élastomère comportant respectivement 7, 10, 20 et 40 éléments finis dans les directions transverses

- [2] M. Bonneric, V. Aubin, D. Durville « Finite element simulation of a steel cable-rubber composite under bending loading : influence of rubber penetration on the stress distribution in wires », *International Journal of Solids and Structures* .
- [3] A. Llau, L. Jason, F. Dufour, J. Baroth « Finite element modelling of 1D steel components in reinforced and prestressed concrete structures », *Engineering Structures* Vol. 127, pp. 679–783, 2016.
- [4] U. Khristenko, S. Schuß, M. Krüger, F. Schmidt, B. Wohlmuth, C. Hesch « Multidimensional coupling : A variationally consistent approach to fiber-reinforced materials », *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* Vol. 382.
- [5] I. Steinbrecher, M. Mayr, M. J. Grill « A mortar-type finite element approach for embedding 1D beams into 3D solid volumes », *Computational Mechanics* , pp. 1377–1398, 2020.
- [6] I. Steinbrecher, A. Popp, C. Meier « Consistent coupling of positions and rotations for embedding 1D Cosserat beams into 3D solid volumes », *Computational Mechanics* Vol. 69, pp. 701–732, 2022.